

# ÉQUATION

## 1. Egalité et équation

$$4 + 1 = 5 \quad 2 + 3 = 6$$

égalité vraie    égalité fausse

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

Egalité vraie  
Pour tout réel  $x$

$$3 + 2x = 8$$

égalité vraie ou fausse  
selon la valeur de  $x$

**Def :** Une équation c'est une égalité comportant une variable et dont on ne sait pas si elle est vraie ou fausse.  
**Résoudre** l'équation, c'est chercher toutes les valeurs de la variable pour lesquelles cette égalité est vraie.

## 2. Equations de base

**Principe :** Toute équation peut s'écrire sous la forme d'une expression égale à 0

**Définition :** Le degré d'une équation c'est l'exposant le plus élevé de la variable

**1<sup>er</sup> cas :** Equation du premier degré. Sa forme réduite est  $ax + b = 0$ .

Exemples :

$$-2x + 22 = 0$$

$$-2x = -22$$

$$x = \frac{-22}{-2}$$

$$x = 11$$

$$S = \{11\}$$

$$3(2x+5) = 6x-1$$

$$6x+15 = 6x-1$$

$$15 = -1$$

égalité fausse

$$S = \{ \} \text{ ou } S = \emptyset$$

$$4(x-2) = 6x-2(x+4)$$

$$4x-8 = 6x-2x-8$$

$$4x-8 = 4x-8$$

$$0 = 0$$

égalité vraie

$$S = \mathbb{R}$$

**2<sup>ème</sup> cas :** Produit de facteurs du premier degré nul

**Prop 1 :** Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

Exemple :

$$(2x+3)(3x-9)(x+4)(x-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=0 \\ 3x-9=0 \\ x+4=0 \\ x-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 3 \\ x = -4 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$S = \left\{ -4 ; -\frac{3}{2} ; 3 ; 12 \right\}$$

**3<sup>ème</sup> cas :** Produit et quotient de facteurs du premier degré nul

**Prop 2 :** Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur est non nul

Exemple :  $\frac{(3-x)(x+2)(2x-1)}{(x-4)(2x+1)} = 0$     On doit avoir  $\begin{cases} x-4 \neq 0 \\ 2x+1 \neq 0 \end{cases}$  donc  $\begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$

Dans ce cas l'équation devient  $(3-x)(x+2)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=0 \\ x+2=0 \\ 2x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \\ x=0,5 \end{cases}$

Comme aucune de ces trois solutions n'est une valeur interdite au dessus :  $S = \{-2 ; 0,5 ; 3\}$

**Prop 3 :** Toute équation doit pouvoir se ramener à l'une de ces trois forme.

### 3. Résolution d'équations

#### 3.1 Reconnaître et classer

$$\frac{3x-1}{6} - \frac{3x+2}{3} = x - \frac{3x-1}{2}$$

$$\frac{x^2 - 22x + 121}{x-11} = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{3}{x+1}$$

$$(x+3)^2 = (2x-1)^2$$

$$x(7x+5) + 7x+5 = 0$$

$$x-2 = \frac{x^2 + x - 6}{x+3}$$



$$3(2-5x) + 3 + x - (1+2x) = 5x+7$$



$$\frac{x+3}{x} + \frac{3x}{x-3} = \frac{3x^2 - 2x + 6}{x^2 - 3x}$$



$$x = \frac{144}{x}$$

$$(6x-1)^2 = 4$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

Expressions du premier degré .. .....  ... 

Expressions comportant une inconnue au dénominateur .....  ... 

Expressions sans inconnue au dénominateur .....  ...   
et d'un degré supérieur à 1

#### 3.2 Transformer pour résoudre

##### Equations du premier degré

**rem** : toute équation du premier degré se ramène à une forme simple en développant et en utilisant les propriétés sur les égalités

**Prop 4** : On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une égalité.

**Prop 5** : On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une égalité par un même nombre non nul.

##### Equations sans inconnue au dénominateur et d'un degré supérieur à 1.

**Méthode générale** : Il faut se ramener à un produit de facteurs nul, en ayant un membre égal à 0 et en factorisant l'autre membre.

**Meth 1** : Utiliser une identité remarquable

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2; \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**Meth 2** : Il y a un facteur commun apparent, on factorise après l'avoir mis en valeur  
 $a.b + a.c = a.(b + c)$

**Meth 3** : Il n'y a pas de facteur commun apparent, Il faut essayer d'en faire apparaître un.

**Meth 4** : Si l'on est sûr que les termes d'un degré supérieur à 1 s'éliminent on peut développer

## Expressions comportant une inconnue au dénominateur

**Avant tout calcul**, chercher pour quelles valeurs de la variable les expressions sont définies.

**Méthode 1 : 1.** On se ramène à une équation où l'un des membres est nul.

2. On réduit au même dénominateur ( le plus simple possible ).

3. On factorise le numérateur.

**Méthode 2 :** Utilisation d'un produit en croix

### **3. Exercices d'application**

$$\frac{3x-4}{6} + \frac{5x-9}{10} = \frac{6x-3}{8} + \frac{3x-7}{12}$$

$$\frac{2x-3}{x-3} - \frac{x+1}{x} = \frac{x^2+3}{x^2-3x}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 3x^2 - 27$$

$$4(x-2)^2 = 9(5-x)^2$$

$$(2x-1)(2x+3) - (1-2x)(x-3) = 0$$

$$\frac{3x-2}{2x+1} = -1$$

Dans les pages suivantes vous découvrirez les :



## ***FIGES MÉTHODES POUR RÉSoudre LES ÉQUATIONS***



### **Mode d'emploi :**





- Pour toute équation il faut commencer à déterminer le type auquel elle appartient (voir cours)
- Ensuite, on prend la fiche correspondant au type de l'équation
- Il ne reste plus qu'à remplir cette fiche pour résoudre l'équation.

# 1









## PREMIER DEGRÉ

 L'équation comporte des nombres au dénominateur       ...      je l'écris dans la case ①


 L'équation ne comporte aucun nombres au dénominateur       ...      je l'écris dans la case ③

 ①	
 Je cherche le dénominateur commun le plus petit possible (PPCM)	 Le dénominateur commun est : .....
Je multiplie tous les termes de l'équation par ce nombre	 ②


 ... Je reporte l'équation sans dénominateur dans la case ③

 ③	
Je développe toutes les parenthèses  <b>Attention aux parenthèses précédées du signe —</b>	 ④
Je simplifie en regroupant  les variables dans le membre de gauche, les constantes dans le membre de droite	 ⑤
Je simplifie les expressions 	 ⑥
	
Conclusion :	

## EQUATION SANS INCONNUE AU DÉNOMINATEUR

💡 L'équation a un second membre non nul :  ... je l'écris dans la case ①

💡 L'équation a un second membre nul :  ... je l'écris dans la case ②

		①
Je transpose les termes du second membres		②

💡 Méth 1 : Je peux factoriser en utilisant l'identité  $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$  : J'écris la réponse case ④





💡 Méth 2 : Je vois un facteur commun, je l'encadre et j'écris l'expression factorisée dans la case ④

💡 Méth 3 : Il faut faire apparaître un facteur commun

💡 en modifiant l'écriture d'une partie de l'équation

💡 en factorisant certaines parties de l'équation :  $\boxed{K}A + \boxed{K}B = \boxed{K}(A + B)$


💡 en utilisant une identité :  $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$  et  $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$

je modifie une partie de l'équation ou Je factorise une partie de l'équation ou J'utilise une identité remarquable		③
je factorise		④
Je simplifie les parenthèses		⑤
💡 Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul		⑥
Conclusion :		




# EQUATION COMPORTANT UNE INCONNUE AU DENOMINATEUR

Equation est de la forme  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

J'écris l'équation 	①
--	---




Je commence par chercher les valeurs interdites

J'écris les dénominateurs nuls et je résous 	②
---	---

Les valeurs interdites sont :



L'équation est de la forme  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  : J'utilise un produit en croix  $A.D = B.C$

J'écris l'équation obtenue 	③
--	---




je constate que j'ai retrouvé une équation du type **P**, je vais poursuivre en prenant une fiche **P**




# EQUATION COMPORTANT UNE INCONNUE AU DENOMINATEUR


L'équation n'est pas de la forme  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  :  ~~$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$~~


J'écris l'équation avec un second membre nul 	①
--	---


 Je commence par chercher les valeurs interdites

J'écris les dénominateurs nuls et je résous 	②
---	---


Les valeurs interdites sont :
-------------------------------

 Je cherche le dénominateur commun : . . . . .

J'écris l'équation en espaçant les facteurs pour rajouter en couleur les éléments qui donnent le dénominateur commun 	③
--	---

Je regroupe les numérateurs pour n'avoir qu'un seul dénominateur 	④
--	---

 Une fraction est nulle si son numérateur est nul et son dénominateur est non nul

 je constate que j'ai retrouvé une équation du type **P**, je vais poursuivre en prenant une fiche **P**