

Géométrie dans l'espace

I Perspective cavalière

Au cours de quelques activités nous allons rappeler les propriétés de base de la perspective cavalière.

Activité 1 : Dessiner un cube ABCDEFGH de 10 cm de côté : Remarques, convergences, divergences.

Je présente le mien, il ne comporte pas de plan frontal

Def 1 : On appelle plan frontal tout plan qui fait face à l'observateur.

Def 2 : On appelle fuyante toute droite perpendiculaire au plan frontal.

Règle n°1 : Les fuyantes sont dessinées avec un angle α par rapport à l'horizontale.

Sur les fuyantes les longueurs sont multipliées par un coefficient k .

rem : en général on prend pour α une des valeurs 30° ou 45° ou 60° et pour k 0,5 le plus souvent.

Observation sur l'ordinateur : PERSPECTIVE persp_e.g2w (avec geoplanw)

Règle n°2 : Les faces de l'objets sont supposées opaques. Les traits vus par l'observateur sont dessinés en traits pleins ceux qui sont cachés à sa vue sont dessinés en pointillés.

Activité 2 : DESSIN SUR UN CUBE (fiche) CUBE DANS L'ESPACE et cube_e.g3w (avec geospacw)

Règle n°3 : La perspective cavalière conserve les milieux. Dans une perspective cavalière le milieu d'un segment est placé au milieu du segment sur le dessin.

Règle n°4 : Dans tout plan frontal, les longueurs et les angles sont respectés. Dans tous les autres plans les longueurs et les angles ne sont pas respectés.

Règle n°5 : Des droites parallèles sont dessinées parallèles.

ATTENTION : Attention aux pièges. Sur un dessin on voit parfois des choses fausses.

Des droites dessinées parallèles peuvent ne pas l'être dans la réalité.

Des droites dessinées sécantes peuvent ne pas l'être dans la réalité.

Activité 3 : Dessin d'un cube. Illusion d'optique. Donner le patron d'un cube sans collage.

Activité 4 : Patron et dessin d'une pyramide régulière.

Prop : Une droite est perpendiculaire à un plan si elle est perpendiculaire à deux droites sécantes du plan.

Activité 5 : Section d'un cube. On enlève successivement quatre sommets pour obtenir un tétraèdre régulier. (Voir fiche secube.doc)

II Positions relatives de droites et de plans

Activité 6 : Antiprisme. (voir fiche antipr.doc)

Partie 1 : dessin de l'antiprisme.

Partie 2 : Positions relatives de droites et de plan.

Objectifs

Partie 1 : Recherche d'un plan frontal et constructions géométriques, sans calculs.

Partie 2 : Observer dans diverses situations les positions relatives de droites et de plans.

A retenir :

Position relative d'une droite (d) et d'un plan (P)

3 situations :

- (d) est incluse dans (P) $(d) \subset (P)$ $(d) \cap (P) = (d)$ Tous les points de (d) sont des points de (P).
- (d) est sécante à (P) en un point M $(d) \cap (P) = \{M\}$ (d) et (P) ont un seul point commun.
- (d) est strictement parallèle à (P) $(d) \cap (P) = \emptyset$ (d) et (P) n'ont aucun point commun.

Position relative de deux droites (d_1) et (d_2)

3 situations :

- (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point M $(d_1) \cap (d_2) = \{M\}$
 - (d_1) et (d_2) sont strictement parallèles $(d_1) \cap (d_2) = \emptyset$
 - (d_1) et (d_2) ne sont pas coplanaires $(d_1) \cap (d_2) = \emptyset$
- } (d_1) et (d_2) sont coplanaires

Position relative de deux plans (P_1) et (P_2)

2 situations :

- (P_1) et (P_2) sont parallèles $(P_1) \cap (P_2) = \emptyset$ (P_1) et (P_2) n'ont aucun point commun
- (P_1) et (P_2) sont sécants $(P_1) \cap (P_2) = (d)$ (P_1) et (P_2) ont une droite en commun

III Sections

1. Activités sur le cube

Activité 7 : sections de cubes.

Méthode générale : Construire la section d'un solide par un plan (P) c'est construire les intersections du plan (P) avec les faces du solide.

rem : La section obtenue est un polygone dont les côtés sont sur les faces du solide.

Meth 1 : On cherche sur les faces du solide, deux points communs à cette face et au plan de section.

Meth 2 : Un plan coupe deux plans parallèles selon des droites parallèles.

Meth 3 : Pour trouver l'intersection d'une droite (d) et d'un plan, on construit l'intersection de la droite (d) et d'une droite particulière (d') du plan dont on sait que (**d) et (d') sont coplanaires** .

Meth 4 : Deux droites coplanaires appartenant à deux plans sécants se coupent sur la droite d'intersection des deux plans.

Activité 8 : Sections de tétraèdres

Activité informatique : Section d'un tétraèdre

Antiprisme

Définition et construction du solide

Il s'agit d'un solide possédant deux faces carrées parallèles dont les diagonales d'un des carrés sont parallèles aux côtés de l'autre carré.

Le solide a donc deux faces carrées et huit faces triangulaires. Le solide qui nous intéresse a ses faces latérales équilatérales.

Travail : Réaliser une maquette du solide.

Représentation en perspective cavalière du solide (angle 45°; rapport 0,5)

Etape 1 : Tracer la face carrée inférieure (on prendra 6 cm pour côté du carré).

Etape 2 : Déterminer un plan frontal (perpendiculaire à la face carrée inférieure).

Etape 3 : Tracer la section de l'antiprisme par ce plan frontal.

Etape 4 : En tenant compte de la définition de l'antiprisme, tracer la face supérieure.

Etape 5 : Terminer la représentation en traçant les arêtes manquantes, éventuellement en pointillé.

On nommera les sommets de l'antiprisme de façon que :

☞ la face inférieure se nomme ABCD (sur le dessin A sera situé en bas à droite).

☞ les triangles ABE, BCF, CDG, DAH soient équilatéraux.

Intersection de deux droites

Chercher les points communs aux deux droites données. Préciser leurs positions relatives.

1. (GF) et (DB) 2. (GD) et (FB) 3. (GD) et (HA)

Intersections d'une droite et d'un plan

Chercher les points communs à la droite et au plan donnés. Préciser leur position relative.

1. (HE) et (EFG) 2. (HA) et (EFG) 3. (HE) et (ABC)

4. (HE) et (FBC)

Intersection de deux plans

Chercher les points communs aux deux plans donnés. Préciser leurs positions relatives.

1. (GDC) et (FBC) 2. (GHE) et (ABC) 3. (GHE) et (FBC)

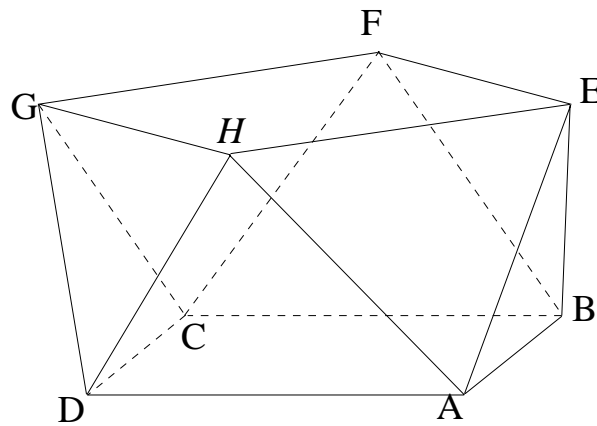
4. (GDC) et (ABE)

Position relative d'une droite et d'un plan

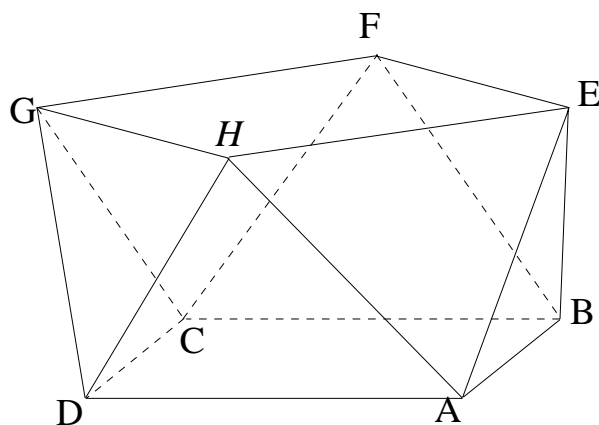
(HE) et (EFG) :

(HA) et (EFG) :

(HE) et (ABC) :



(HE) et (FBC) :

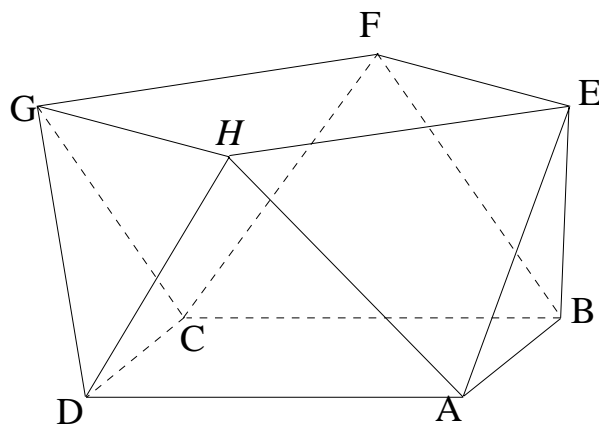


Position relative de deux droites

(GF) et (DB)

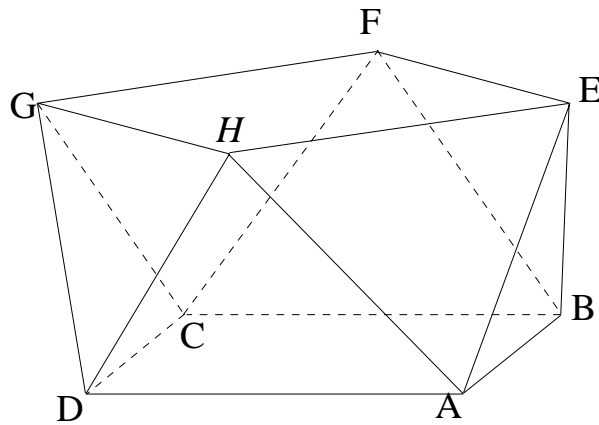
(GD) et (FB)

(GD) et (HA)



Position relative de deux plans (1)

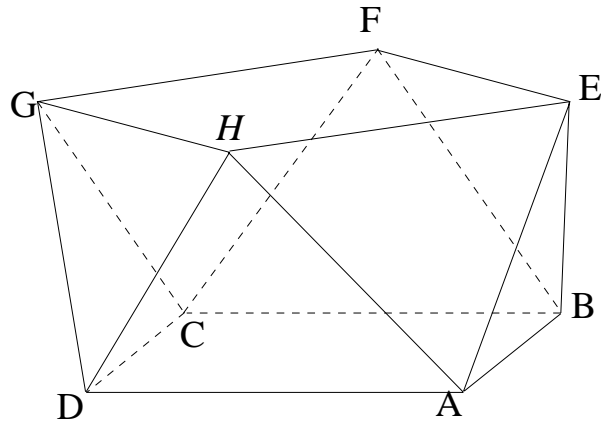
(GDC) et (FBC) :



(GHE) et (ABC) :

Position relative de deux plans (2)

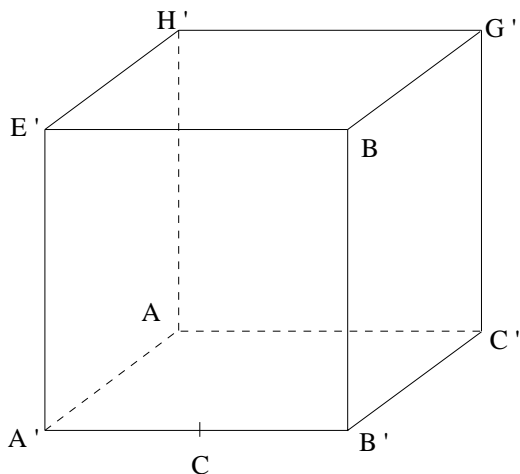
(GDC) et (ABE) :



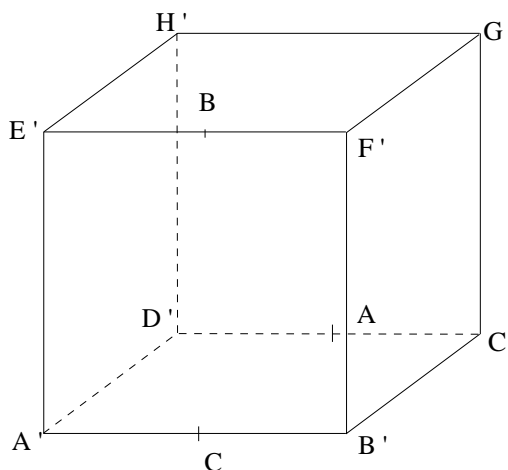
Section d'un cube par un plan

Construire dans chacune des sept situations la section du cube par le plan ABC

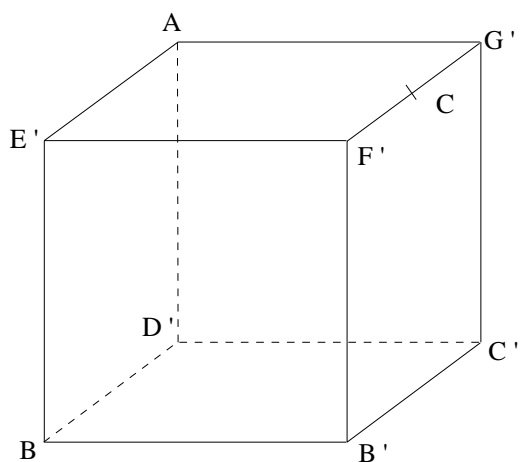
1



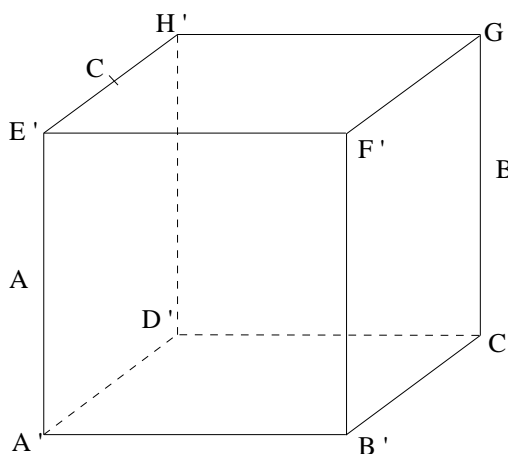
2



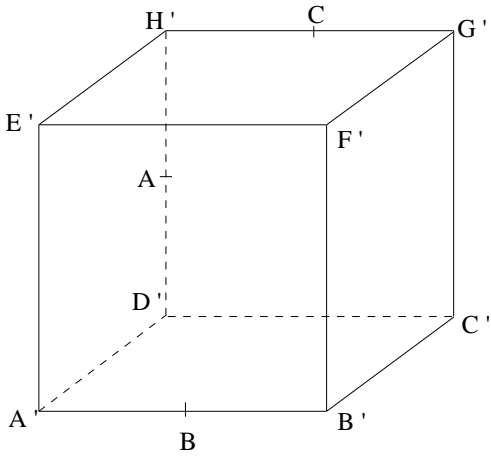
3



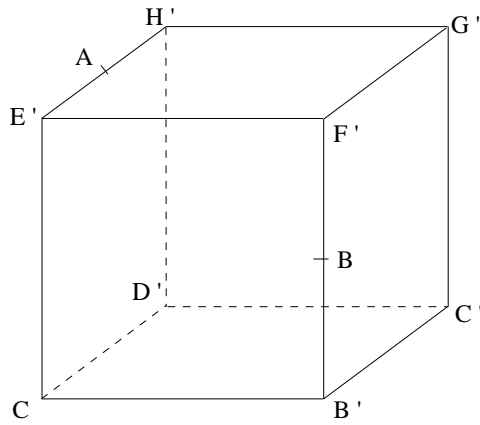
4



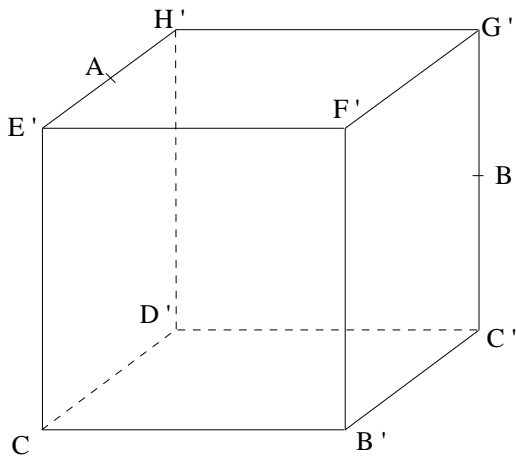
5



6



7



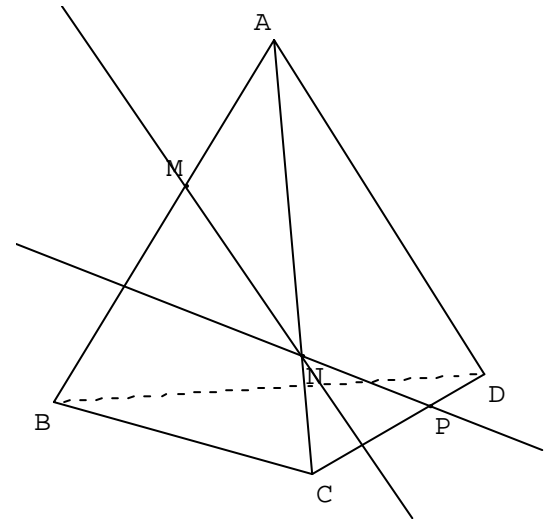
Sections de tétraèdre

Exercice 1 :

ABCD est un tétraèdre (pyramide à base triangulaire).

M est un point du segment [BC], N est un point du segment [AC], P est un point du segment [CD].

1. a) Les droites (MN) et (CD) sont-elles sécantes ? Justifiez votre réponse.
 b) Les droites (MN) et (BC) sont-elles sécantes ? Justifiez votre réponse.
 c) La droite (MN) est sécante au plan (BCD) en un point R. Justifiez et construisez R.
2. a) Les droites (NP) et (BD) sont-elles sécantes ? Justifiez votre réponse.
 b) Les droites (NP) et (AD) sont-elles sécantes ? Justifiez votre réponse.
 c) La droite (NP) est sécante au plan (ABD) en un point S. Justifiez et construisez S.
3. a) Les droites (MS) et (BD) sont sécantes en un point T. Justifiez.
 b) La droite (MS) est une droite du plan (ABD). Justifiez.
 c) La droite (MS) est une droite du plan (MNP). Justifiez.
 d) Quelle est l'intersection des plans (ABD) et (MNP) ?
4. a) Démontrer que les points L, P et T sont alignés.
 b) Construire la section du tétraèdre ABCD par le plan (MNP).



Exercice 2 : Construire dans chacun des cas suivants l'intersection du solide par le plan (MNP).

(Les constructions seront bien sûr justifiées)

