

Fonction

On cherche à exprimer une chose en fonction d'une autre.

Introduction

Travail : Ecrire 3 phrases indiquant des situations où vous avez entendu parler de fonctions.
réponses attendues(?) :

Dans le langage courant, on exprime souvent qu'une chose est fonction d'une autre :

- Le prix du billet de chemin de fer est fonction de la distance ;
- La température est fonction du lieu ;
- Le poids dépend de la taille ;
- Fonction affine (aspect formule(?), droite (?))
- ... etc ...

Dans ce chapitre on va se pencher sur l'étude de dépendance, de correspondance entre deux quantités numériques.

1. Exemples

Activité 1 : Fonction numérique sous 3 aspects. (voir fiche en annexe)

Fonction définie par une courbe

Fonction définie par un tableau de valeurs

Fonction définie par une formule mathématique

Activité 2 : Deux situations pour une même phrase La taille en fonction de l'âge

Ex 1 : La taille de l'élève DUPONT en fonction de son âge.

Ex 2 : La taille des élèves de seconde en fonction de leur âge.

☞ ... Le mot fonction du langage courant ne donne pas forcément une fonction au sens mathématique.

2. Définition, vocabulaire

Def : On appelle fonction numérique entre deux ensembles de nombres A et B toute correspondance de A vers B telle qu'à chaque élément de A on associe au plus 1 élément de B.

Notation : $f : A \longrightarrow B$
 $x \longrightarrow y = f(x)$

A est l'ensemble de départ.

B est l'ensemble d'arrivée.

Vocabulaire : **Image** x a pour image y y est l'image de x
Antécédent x est un antécédent de y y a pour antécédent x

'A 10h la température était de 5° : 10 a pour image 5 ou 5 est l'image de 10.

'La température était de 14° à 3h, 13h et 22h : 14 a pour antécédents 3, 13 et 22.
3 est un antécédent de 14 ; 13 est un antécédent de 14 ; 22 est un antécédent de 14.

Problème : Peut-on toujours attribuer une image à x ?

Def : On appelle **ensemble de définition** de la fonction f , l'ensemble de tous les nombres x de l'ensemble de départ ayant une image par f .

Notation : Si la fonction s'appelle f , l'ensemble de définition se note D_f .
Si la fonction s'appelle g , l'ensemble de définition se note D_g .

Def : Courbe représentative $\mathcal{C}_f : \mathcal{C}$ pour courbe, f car la fonction s'appelle f .

C'est l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient l'équation de la courbe $y = f(x)$.

$$M(x, y) \in \mathcal{C}_f \Leftrightarrow y = f(x)$$

Remarque : *La représentation graphique d'une fonction est une courbe qui se trace de gauche à droite; comme le déroulement de l'enregistrement de la température sur le thermomètre enregistreur.*

Activité : Reconnaître des courbes représentatives de fonctions.

Minimum :

La fonction f admet un minimum m en a sur l'intervalle I si et seulement si :

$$f(a) = m \text{ et Pour tout } x \text{ de } I \quad f(x) \geq m.$$

La température la plus basse était de 6° à 7h, 8h et 22h

La fonction admet pour minimum 6, ce minimum est atteint pour les valeurs 7 ; 8 et 22.

Maximum :

La fonction f admet un maximum M en a sur l'intervalle I si et seulement si :

$$f(a) = M \text{ et Pour tout } x \text{ de } I \quad f(x) \leq M.$$

La température la plus élevée était de 28° à 18h

La fonction admet pour maximum 28, ce maximum est atteint pour la valeur 18.

3. Activités d'entraînement

Placer des points dans un repère. (voir documents Plac_pt1.doc Plac_pt2.doc)

Fonctions affines et droites. (voir activité sous Excel)

Fonctions de références.

4. Application à la résolution de problèmes

Fonction définie par un procédé géométrique : La longueur MN. (Voir activité html)

☞ ... Voir comment l'ordinateur peut nous aider à tracer une courbe sans connaître l'expression de la fonction.

1. Résolution graphique de problèmes

Exemple : la longueur MN. On utilise la schéma pour répondre aux questions.

Prop 1 : Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les antécédents du réel k . Graphiquement, ces solutions sont les abscisses des points communs à la courbe et à la droite d'équation $y = k$.

Prop 2 : Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ se trouvent graphiquement en prenant les abscisses des points de la courbe situés au dessous de la droite d'équation $y = k$.

2. Résolution par le calcul Il faut connaître l'expression $f(x)$ de la fonction f .

Selon la question posée, il faut :

Calculer l'image d'un réel a .

☞ ... On calcule $f(a)$.

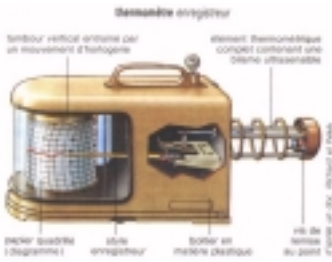
Chercher le (ou les) antécédent(s) d'un réel k .

☞ ... On résout l'équation $f(x) = k$.

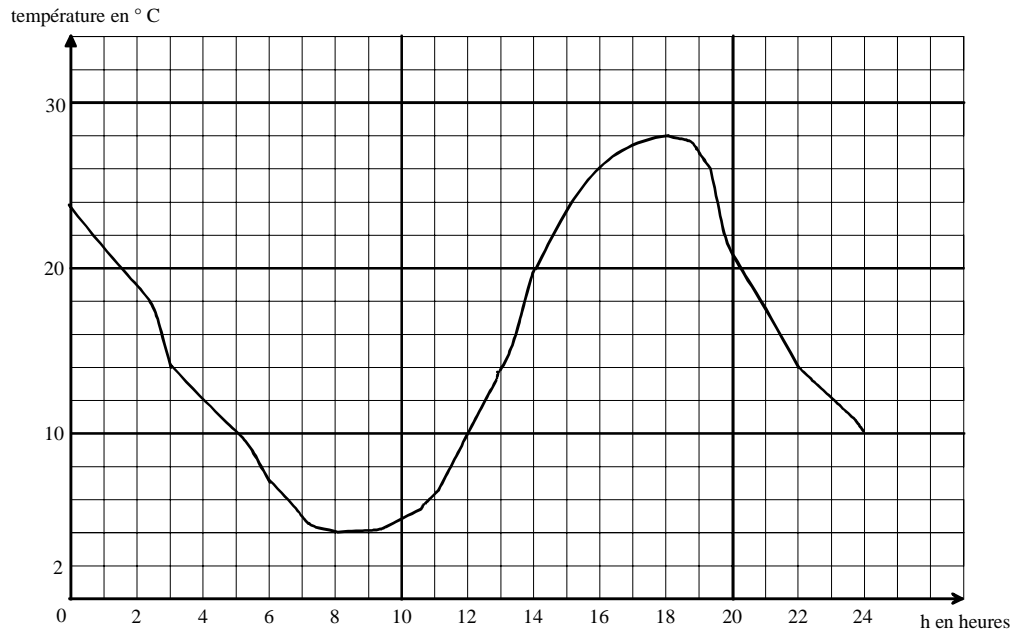
☞ ... On peut aussi être amené à résoudre une inéquation $f(x) < k$ ou $f(x) > k$ ou $f(x) \leq k$ ou $f(x) \geq k$.

Fonction numérique : 3 aspects

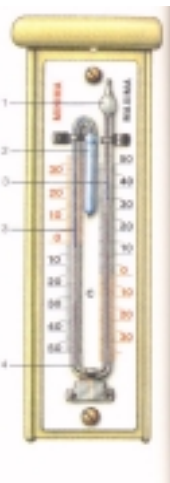
La station météo automatique



Le thermomètre enregistreur installé sur la place de l'hôtel de ville fournit la courbe des températures en fonction du temps.



Le météorologue de terrain



Hector, jardinier amateur, toujours levé de bon matin, relève toutes les heures les températures indiquées par son thermomètre.

heures	5	6	7	8	9	10	11	12	13
température	8	7	6	6	8	10	11	13	15

heures	14	15	16	17	18	19	20	21	22
température	17	21	24	26	24	22	18	12	6

Le chercheur

Le professeur Tournesol travaille dans son laboratoire de Meudon. Grand spécialiste des modèles mathématiques appliqués à la météorologie, il a mis au point une formule donnant la température en fonction de l'heure de la journée :

$$f : [0; 24] \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto f(x) = 12 \cdot \cos(17x + 50) + 16.$$

La température varie au cours de la journée. Nous allons étudier la température en fonction de l'heure et voir 3 aspects d'un même problème.

objectifs

Fonction définie par une courbe

☞ ... *Il faut apprendre à lire un graphique.*

Fonction définie par un tableau de valeurs

☞ ... *Il faut apprendre à faire un graphique.*

Fonction définie par une formule mathématique

☞ ... *Il faut apprendre à utiliser la calculatrice pour obtenir rapidement beaucoup de valeurs.
La calculatrice graphique peut donner le graphique.
Il faut apprendre à bien tracer une courbe.*

Travail

Pour chacune des trois situations, il s'agit de répondre aux questions suivantes :

1. Quelle était la température à 10h ? et à 20h ?
2. A quelle(s) heure(s) la température était- elle de 14° ?
3. Quelle a été la température la plus élevée et à quelle(s) heure(s) ?
4. Quelle a été la température la plus basse et à quelle(s) heure(s) ?
5. Comment la température a- t- elle variée au cours de la journée ?

Synthèse sur le tracé et comment placer les points

Le tracé est toujours fait sur une feuille millimétrée. Le travail est d'abord effectué au crayon de bois.

Commencer par tracer le repère

S'il n'y a pas d'indication précise, il faut réfléchir et ne pas placer le repère n'importe où.

Placer ensuite quelques points importantes (4 à 6)

Tracer les lignes de rappels en pointillé et indiquer les abscisses et ordonnées de ces points.

Placer d'autres points

En nombre suffisant pour pouvoir tracer la courbe avec précision, ces points ne seront pas repérés et seront effacés en fin de travail.

Tracer la courbe par lissage

Au crayon de bois et par petites touches successives, tracer une courbe. Cette courbe est, en général, régulière, sans rupture.

Pour avoir une figure satisfaisante

Repasser le tracé de la courbe en couleur (bleu).

Repasser le tracé du repère et les lignes de rappel en noir.

Ecrire à l'encre les coordonnées des points importants.

Gommer les traits de construction au crayon qui paraissent encore.

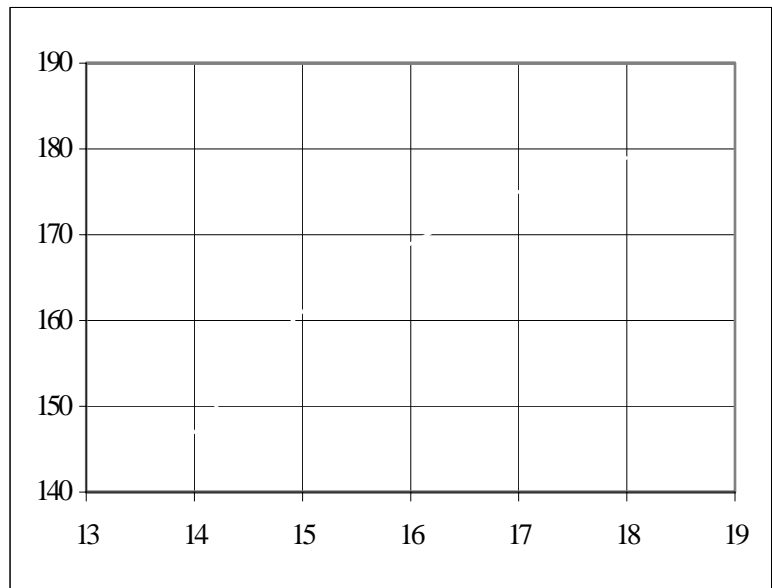
La taille en fonction de l'âge

Dans chacun des deux exemples suivants, placer les points correspondant sur le graphique. Conclusion ?

Exemple 1 : La taille de l'élève DUPONT en fonction de son âge

On a relevé la taille de DUPONT entre 14 et 18 ans.

âge	14	15	16	17	18
taille	147	161	169	175	179



Exemple 1 : La taille de l'élève DUPONT en fonction de son âge

On a relevé, pour 10 élèves de seconde, leur âge et leur taille.

âge	14	15	15	16	15	17	15	15	16	16
taille	165	170	170	175	168	180	175	163	184	177

