

Nombres premiers

Définition : Un nombre entier naturel est premier s'il n'admet que deux diviseurs, qui sont 1 et lui-même.

Exemples : 1 n'est pas premier, il n'a qu'un seul diviseur.
2 est premier, 3 est premier, 4 n'est pas premier . . . etc . . .

Méthode pour trouver des nombres premiers : Le crible d'Eratosthène.

Exercice : Chercher les nombres premiers inférieurs à 400.

Annexe 1 : Tableau

Complément : [Corrigé sous excel](#) + vidéoprojecteur

Pour aller plus loin : Les nombres de Mersenne.

Propriété : Tout nombre entier naturel peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exercice : Donner la décomposition en produit de nombres premiers de entiers suivants :

40 ; 49 ; 84 ; 180 ; 108 ; 143 ; 52.

Applications

1. Simplification de fractions :
2. Savoir si une fraction est un décimal :

Prop : Une fraction est un décimal si la fraction réduite admet pour dénominateur un nombre dont la décomposition ne comporte que des 2 ou des 5.

3. Simplification de radicaux :

Aide Individualisée (2 fiches) : [Divis_a](#) [prem_a](#)

Mersenne (Marin)

Philosophe, religieux et physicien français (Oisé, 1588 - Paris 1648)

Après des études chez les oratoriens puis chez les jésuites de la flèche, où il rencontre Descartes, il enseigna la philosophie à Nevers avant de s'installer à Paris, au couvent de l'Annonciade. Ses travaux ont surtout porté sur l'acoustique. Il mesura la vitesse du son, étudia les cordes vibrantes et relia les notes de la gamme à des fréquences (*l'harmonie universelle, contenant le théorie et la pratique de la musique*, 1636). Il utilisa aussi le pendule pour la détermination de l'intensité du champ de gravitation.

Mais sa réputation lui est venue principalement d'avoir animé la vie scientifique française et européenne, en servant d'intermédiaire épistolaire, en allant voir les savants ou en favorisant leurs rencontres. Il se lia ainsi avec Pascal, Fermat, Torricelli ; il traduisit les traités des mathématiciens grecs et les *Mécaniques* de Galilée. Les réunions qu'il tenait chez lui sont à l'origine de l'Académie des sciences.
(Encyclopédie Hachette)

Les nombres de Mersenne : Nombres de la forme $2^n - 1$.

Valeurs de n inférieures à 5000 pour lesquelles $2^n - 1$ est premier :

2 ; 3 ; 5 ; 13 ; 17 ; 19 ; 31 ; 61 ; 89 ; 107 ; 127 ; 521 ; 607 ; 1279 ; 2203 ; 2281 ; 3217 ; 4253 ; 4425.

d'autres nombres de Mersenne :

en 1979 : $2^{44497} - 1$; en 1997 ? : $2^{216091} - 1$; en 1999 : $2^{6972593} - 1$.

Eratosthène

Mathématicien, astronome, géographe et poète grec, Eratosthène naquit en 284 av J- C à Cyrène et mourut en 192 av J- C à Alexandrie, où il dirigea la célèbre bibliothèque. Il Connut Archimède.

Il est célèbre, d'une part pour avoir été le premier à déterminer avec une remarquable précision le périmètre de la terre et d'autre part pour avoir mis au point un moyen élémentaire de déterminer les nombres premiers inférieurs à un nombre entier donné. Ce moyen est appelé **Le crible d'Eratosthène**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

Tableau final : tous les nombres écrits ci- dessous sont premiers

	2	3		5		7				11		13				17		19
		23						29		31						37		
41		43				47						53						59
61						67				71		73						79
		83						89								97		
101		103				107		109				113						
						127				131						137		139
								149		151						157		
		163				167						173						179
181										191		193				197		199
										211								
		223				227		229				233						239
241										251						257		
		263						269		271						277		
281		283										293						
						307				311		313				317		
										331						337		
						347		349				353						359
361						367						373						379
		383						389								397		

Fiche d'aide

Décomposer un nombre en facteurs premiers

Méthode :

Essayer de diviser le nombre par 2 et, si c'est possible, le quotient par 2 encore et ceci tant que cela est possible.

Recommencer avec 3, etc . . .

Recommencer avec chacun des nombres premiers de la liste 5, 7, 11, . . .

On s'arrête lorsque le quotient est 1.

Présentation	
600	2
300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	
Conclusion : $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	

Exercice 1 :

Décomposer en facteurs premiers les nombres 675 ; 1650 ; 1764 ; 3125.

Application : Simplifier un quotient ou une racine carrée

Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\sqrt{450}; \quad \sqrt{1008}; \quad \sqrt{175} + \sqrt{252} - \sqrt{700}; \quad \frac{702}{468}; \quad \frac{234}{396}; \quad \frac{5}{180} + \frac{1}{132} + \frac{13}{234}.$$